

Bilingual GED Math:
Illustrated Guide to Self-Confidence
www.gedmathgraphics.net

Matemáticas Bilingües de GED:
Guía Ilustrada para Seguridad de Sí Mismo

Unit 3 / Unidad 3

BASIC GEOMETRY / GEOMETRÍA BÁSICA

- Angles / Ángulos
- Triangles / Triángulos
- Right Triangles / Triángulos Rectos
- Similar Triangles / Triángulos Semejantes
- Perimeter, Area and Volume / Perímetro, Área y Volumen

by Howard Myers, Ed.D.

Copyright © 2009 by Howard Edward Myers. All rights reserved.

Spanish Editor: Sylvia Castañeda

CONTENTS / CONTENIDOS

Angles / Ángulos

Important Angles / Ángulos Importantes	3
Complementary Angles / Ángulos Complementarios***	4
Supplementary Angles / Ángulos Suplementarios***	5
When Two Straight Lines Intersect / Cuando Dos Líneas Rectas se Intersectan	6
Parallel Lines with Angles / Líneas Paralelas con Ángulos	7
Parallel Lines with Angles / Líneas Paralelas con Ángulos***	8

Triangles / Triángulos

Important Triangles / Triángulos Importantes	9
Find the Missing Angle / Halle el Ángulo que Falta***	10

Right Triangles / Triángulos Rectángulos

The 3-4-5 Right Triangle / El Triángulo Rectángulo 3-4-5	11
Multiples of the 3-4-5 Right Triangle / Múltiplos del Triángulo Rectángulo 3-4-5	12
Recognize the 3-4-5 Right Triangle / Reconozce el Triángulo Rectángulo 3-4-5***	13

Similar Triangles / Triángulos Semejantes

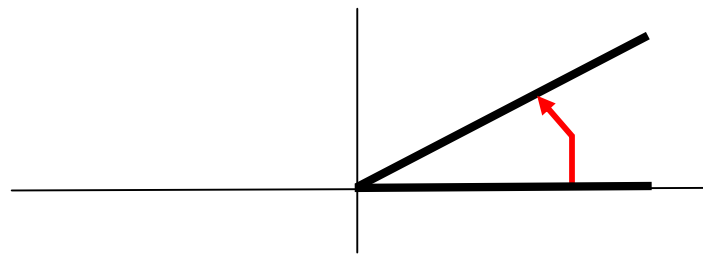
Angles and Opposite Sides / Ángulos y Lados Opuestos	14
Similar Triangles / Triángulos Semejantes	15
To Solve Similar Triangles / Para Resolver Triángulos Semejantes	16
Similar Triangles on the GED / Triángulos Semejantes en el GED***	17

Perimeter, Area and Volume / Perímetro, Superficie y Volumen

Units in Geometry / Unidades en Geometría	18
Perimeter and Area – Rectangles and Triangles / Perímetro y Área – Rectángulos y Triángulos	19
Perimeter and Area – Parallelograms / Perímetro y Área – Paralelogramos	20
Circumference and Area – Circles / Circunferencia y Área – Círculos	21
Volume / Volumen	22

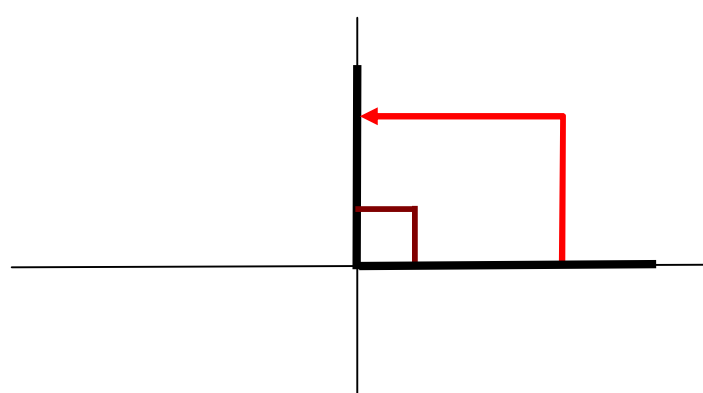
*** Typical GED Questions / Preguntas Típicas del GED

Important Angles / Ángulos Importantes



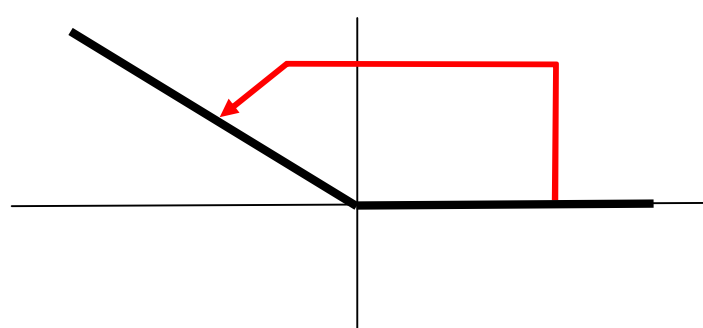
Acute / Agudo

Less than 90° / Menos de 90°



Right / Recto

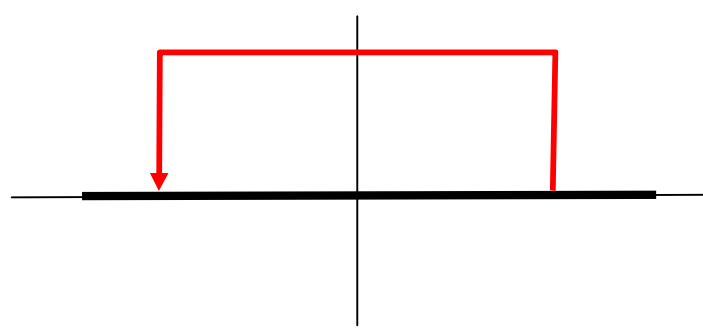
Equal to 90° / Igual a 90°



Obtuse / Obtuso

Greater than 90° , Less than 180°

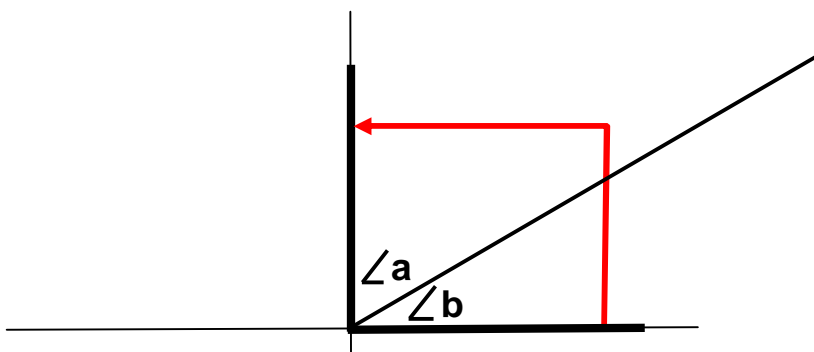
Mayor de 90° , Menos de 180°



Straight / Recto

Equal to 180° / Igual a 180°

Complementary Angles / Ángulos Complementarios



Rule: / Regla: $\angle a + \angle b = 90^\circ$

Typical GED Question / Pregunta Típica del GED

If $\angle a$ measures 29.3° , what is the measure of $\angle b$?

¿Si $\angle a$ mide 29.3° , ¿cuál es la medida de $\angle b$?

Solution: / Solución:

Step 1 / Paso 1

$$29.3^\circ + \angle b = 90^\circ$$

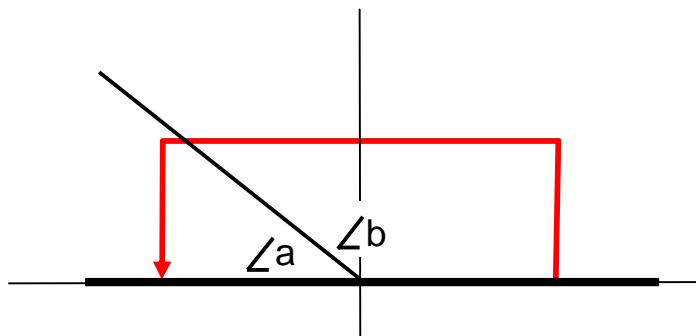
Step 2 / Paso 2

$$\begin{array}{r} 90.0^\circ \\ -29.3^\circ \\ \hline 60.7^\circ \end{array} \text{ Answer / Respuesta}$$

Check: / Checa:

$$29.3^\circ + 60.7^\circ = 90^\circ$$

Supplementary Angles / Ángulos Suplementarios



Rule: / Regla: $\angle a + \angle b = 180^\circ$

Typical GED Question / Pregunta Típica del GED

If $\angle a$ measures 43.7° , what is the measure of $\angle b$?
 ¿Si $\angle a$ mide 43.7° , ¿cuál es la medida de $\angle b$?

Solution: / Solución:

Step 1 / Paso 1

$$43.7^\circ + \angle b = 180^\circ$$

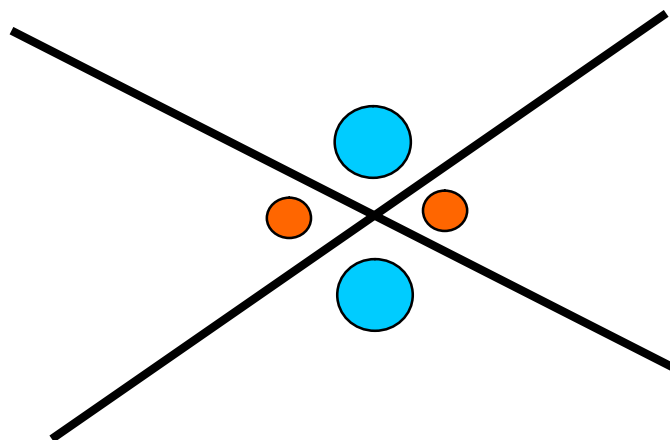
Step 2 / Paso 2

$$\begin{array}{r} 180.0^\circ \\ -43.7^\circ \\ \hline 136.3^\circ \end{array} \text{ Answer / Respuesta}$$

Check: / Checa:

$$43.7^\circ + 136.3^\circ = 180^\circ$$

When Two Straight Lines Intersect Cuando Dos Líneas Rectas se Intersectan



You Always Know: / Tú Sabes Siempre:

1. Opposite angles are equal. / Ángulos opuestos son iguales.

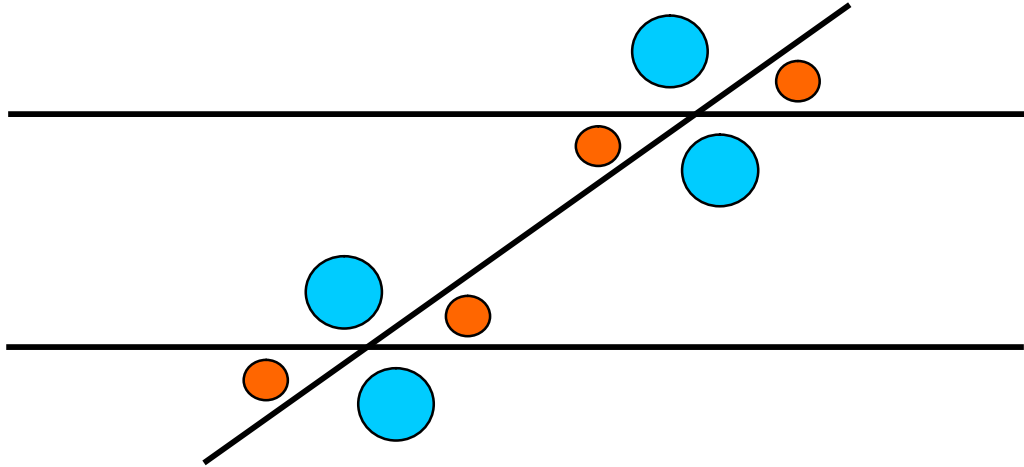
$$\angle \text{ (blue circle) } = \angle \text{ (blue circle) }$$

$$\angle \text{ (orange circle) } = \angle \text{ (orange circle) }$$

2. Adjacent angles = 180° / Ángulos adyacentes = 180°

$$\angle \text{ (blue circle) } + \angle \text{ (orange circle) } = 180^\circ$$

Parallel Lines with Angles / Líneas Paralelas con Ángulos



You Always Know: / Tú Sabes Siempre:

1. The 4 big angles are all equal. / Los 4 ángulos grandes son todos iguales.

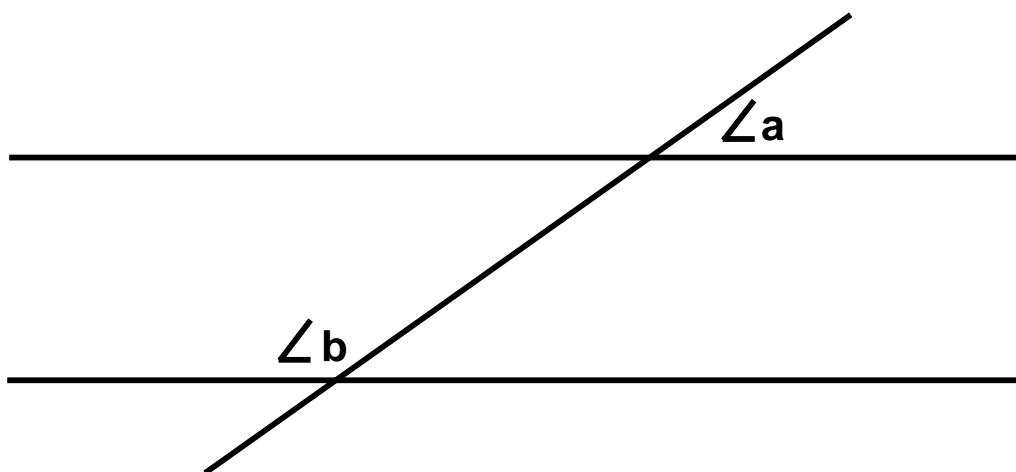
$$\angle \bigcirc = \angle \bigcirc = \angle \bigcirc = \angle \bigcirc$$

2. The 4 small angles are all equal. / Los 4 ángulos pequeños son todos iguales.



$$\angle \smallcirc = \angle \smallcirc = \angle \smallcirc = \angle \smallcirc$$

- 3 Any / Cualquiera $\angle \bigcirc +$ any / cualquiera $\angle \smallcirc = 180^\circ$

Parallel Lines with Angles / Líneas Paralelas con Ángulos
Typical GED Question / Pregunta Típica del GED



If $\angle a$ measures 32° , what is the measure of $\angle b$?
 ¿Si $\angle a$ mide 32° , ¿cuál es la medida de $\angle b$?

Rule: / Regla: Any / Cualquiera \angle  + any / cualquiera \angle  = 180°

So: / Por Eso: $\angle a + \angle b = 180^\circ$

Solution: / Solución:

Step 1 / Paso 1

$$32^\circ + \angle b = 180^\circ$$

Step 2 / Paso 2

$$\begin{array}{r} 180^\circ \\ -32^\circ \\ \hline 148^\circ \end{array} \text{ Answer / Respuesta}$$

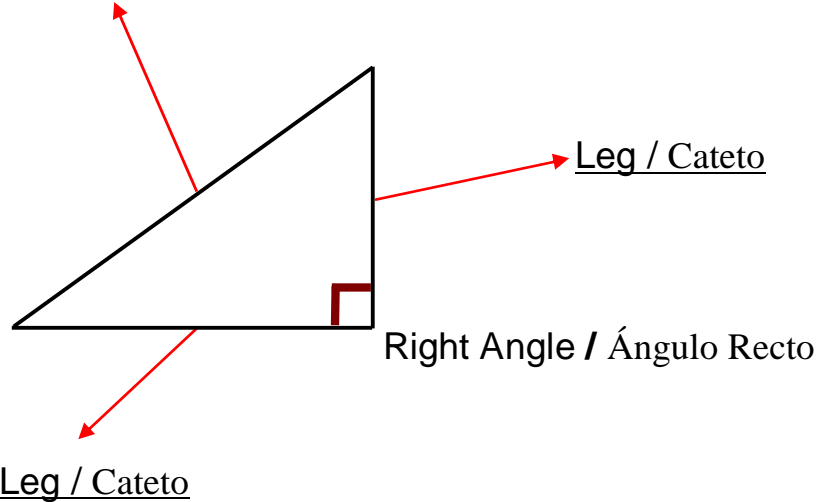
Check: / Checa:

$$32^\circ + 148^\circ = 180^\circ$$

Important Triangles / Triángulos Importantes

Right Triangle / Triángulo Rectángulo

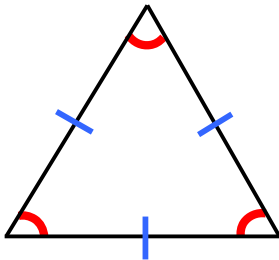
Hypotenuse / Hipotenusa



Leg / Cateto

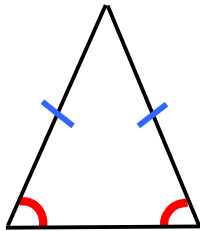
Right Angle / Ángulo Recto

Leg / Cateto



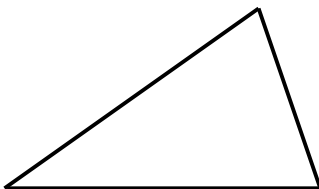
Equilateral / Equilátero

- 3 equal sides, 3 equal angles
- 3 lados iguales, 3 ángulos iguales



Isocetes / Isóceles

- 2 equal sides, 2 equal angles
- 2 lados iguales, 2 ángulos iguales



Scalene / Escaleno

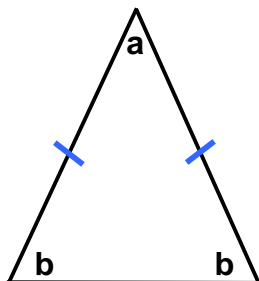
- All sides and angles unequal
- Todos los lados y ángulos desiguales

Find the Missing Angle / Halle el Ángulo que Falta Typical GED Questions / Preguntas Típicas del GED

Isoceles / Isóceles

Rule: / Regla: $\angle a + \angle b + \angle b = 180^\circ$

If / Si $\angle b = 65^\circ$, Then / Entonces $\angle a = ???$



Solution / Solución:

$$1. \angle a + \underbrace{65^\circ + 65^\circ}_{130^\circ} = 180^\circ$$

$$2. \angle a + 130^\circ = 180^\circ$$

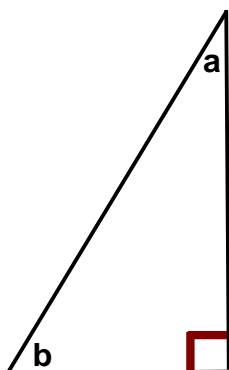
$$3. \begin{array}{r} 180^\circ \\ - 130^\circ \\ \hline \angle a = 50^\circ \end{array}$$

Check: / Checa: $50^\circ + 65^\circ + 65^\circ = 180^\circ$

Right / Rectángulo

Rule: / Regla: $\angle a + \angle b = 90^\circ$

If / Si $\angle b = 56^\circ$, Then / Entonces $\angle a = ???$



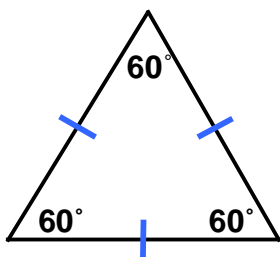
Solution / Solución:

$$1. \angle a + 56^\circ = 90^\circ$$

$$2. \begin{array}{r} 90^\circ \\ - 56^\circ \\ \hline \angle a = 34^\circ \end{array}$$

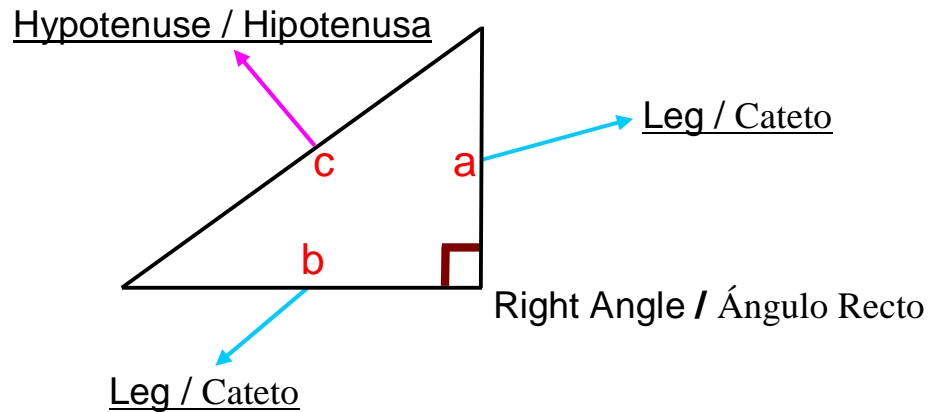
Check: / Checa: $34^\circ + 56^\circ = 90^\circ$

Equilateral / Equilátero



Rule: / Regla: Each angle / Cada ángulo = 60°

The 3-4-5 Right Triangle / El Triángulo Rectángulo 3-4-5

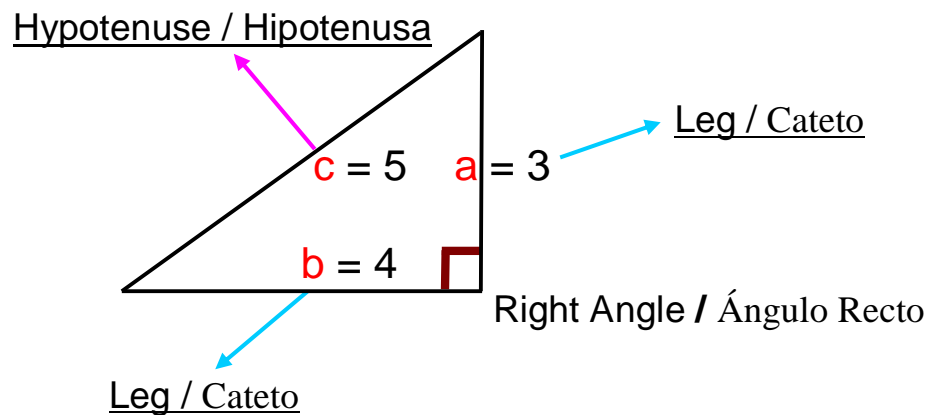


For the sides of every Right Triangle: / Para los lados de cada triángulo rectángulo:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Important—the **sides** of the 3-4-5 Right Triangle are **Whole Numbers**.

Importante—los **lados** del triángulo rectángulo 3-4-5 son **Números Enteros**.



So: / Por Eso:

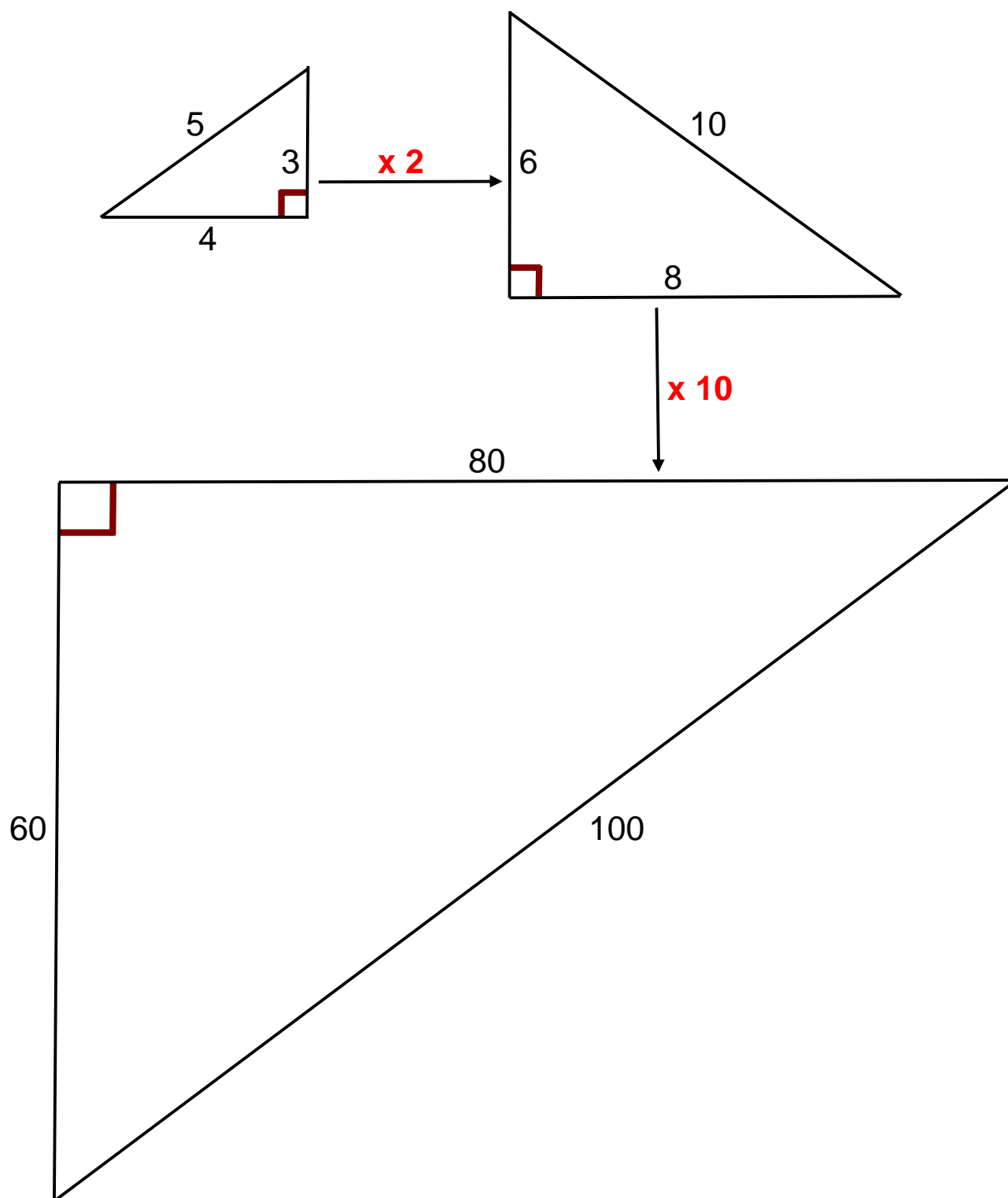
$$\begin{array}{r}
 3^2 + 4^2 = 5^2 \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 9 + 16 = 25 \\
 \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\
 25 = 25
 \end{array}$$

Remember the 3-4-5 because you will see it on the GED test!

¡Recuerda el 3-4-5 porque tú lo verás en la prueba de GED!

Multiples of the 3-4-5 Right Triangle Múltiplos del Triángulo Rectángulo 3-4-5

Multiples can be any number—2 or maybe 10—but it's still the 3-4-5 underneath.
Los múltiplos pueden ser cualquier número—2 o quizá 10—pero sigue siendo el 3-4-5 debajo.

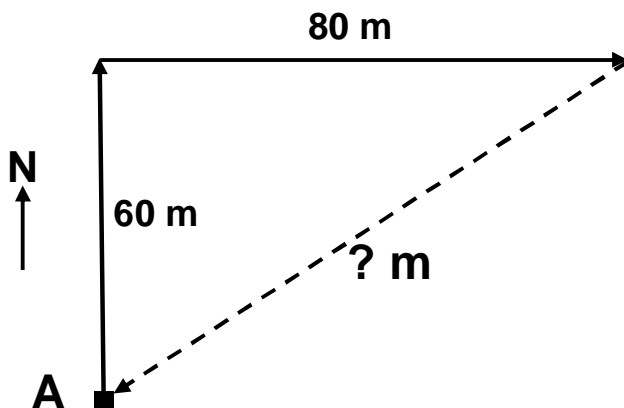


Recognize the 3-4-5 Right Triangle Reconoce el Triángulo Rectángulo 3-4-5

Typical GED Question / Pregunta Típica del GED

A ship departs from Point A, and sails 60 miles due north. Then it turns due east and sails for 80 miles. How many miles must the ship sail to return directly to Point A?

Un barco sale del Punto A, y navega 60 millas al norte. Entonces da vuelta al este y navega 80 millas. ¿Cuántas millas debe el barco navegar para volver directamente al Punto A?



First of all, the turn from north to east is a right angle. (Did you know that ?)
Primero que todo, la vuelta del norte al este es un ángulo recto. (¿Tú sabía eso?)

The Long Solution / La Solución Larga

$$\begin{aligned}
 a^2 + b^2 &= c^2 \\
 60^2 + 80^2 &= c^2 \\
 3600 + 6400 &= c^2 \\
 \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \\
 c^2 &= 10,000 \\
 c &= \sqrt{10,000} = \mathbf{100} \text{ (Answer / Respuesta)}
 \end{aligned}$$

A Faster Solution / Una Solución Más Rápida

Use a multiple of 3-4-5! / ¡Usa el múltiplo de 3-4-5!

(Hint—Look back at the previous page. / Pista—Mira la página anterior.)

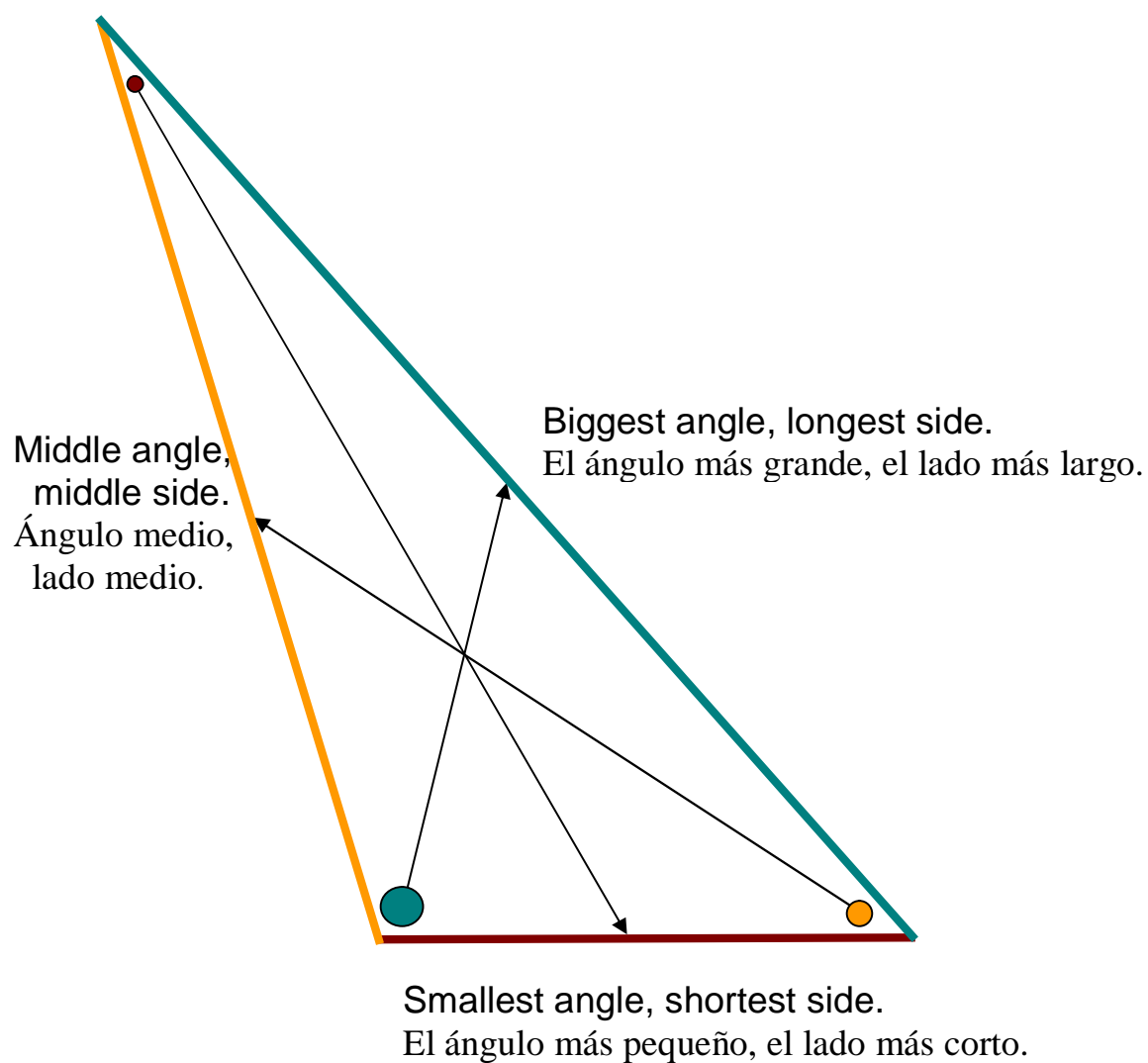
$$6-8-10 \times 10 = 60-80-\mathbf{100} \text{ (Answer / Respuesta)}$$

This easy shortcut saves precious time on the test! Do you use it?
¡Este atajo fácil ahorra tiempo precioso en la prueba! ¿Tú lo utilizas?

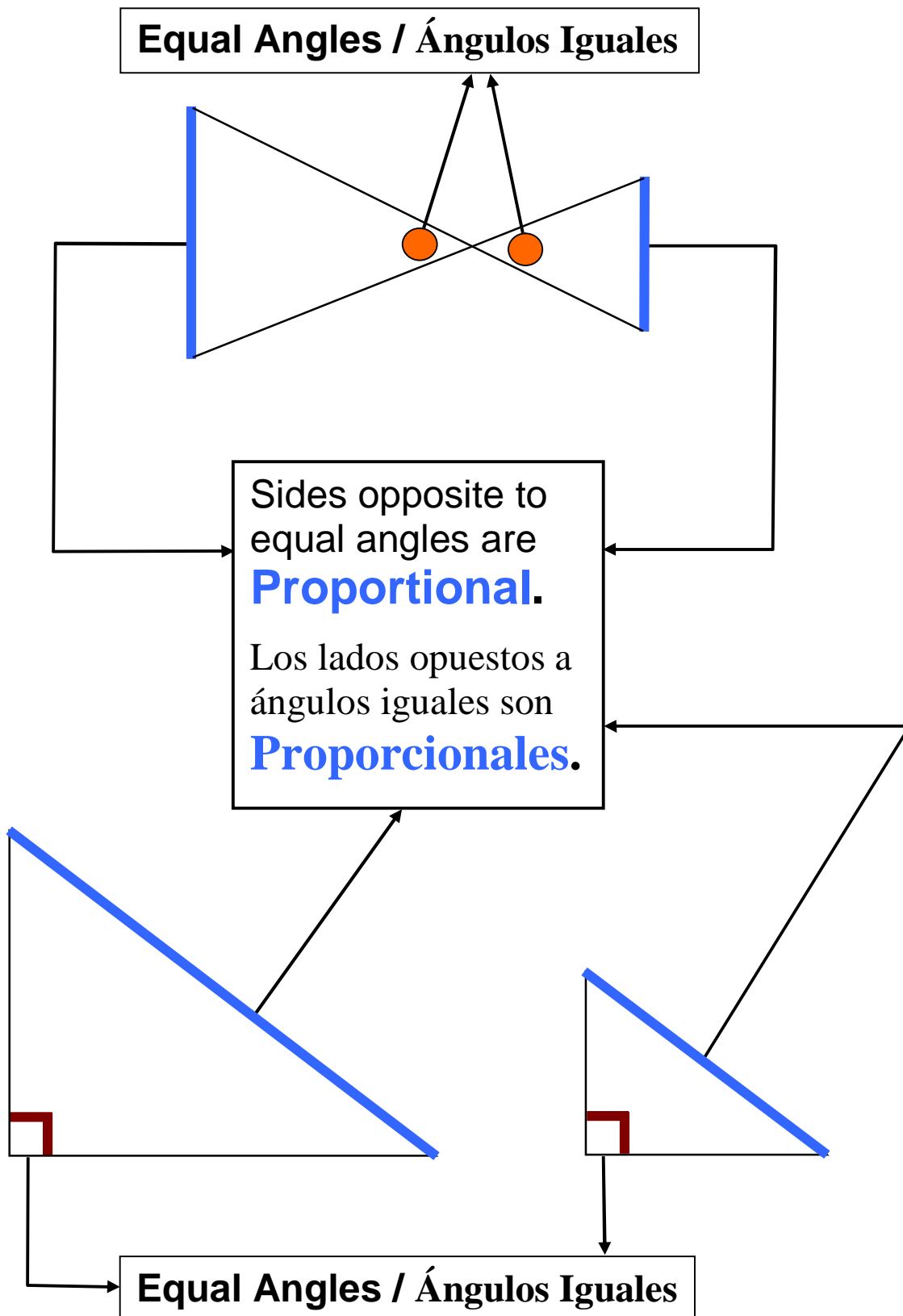
Angles and Opposite Sides / Ángulos y Lados Opuestos

Rule: The bigger the angle, the longer the opposite side.

Regla: Cuanto más grande es el ángulo, más largo es el lado opuesto.



Similar Triangles: Equal Angles, Corresponding Sides
Triángulos Semejantes: Ángulos Iguales, Lados Correspondientes

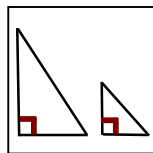


To Solve Similar Triangles—Mark Corresponding Sides

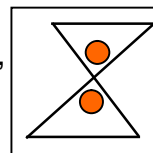
Para Resolver los Triángulos Semejantes— Marca los Lados Correspondientes

1. Mark the sides opposite to the equal angles

Marca los lados opuestos a los ángulos iguales



or,



like this:



como esto:



2. Look at the remaining sides, mark the **longer pair** of lines like this:

Mira los lados restantes, marca *el par más largo* de líneas como esto:

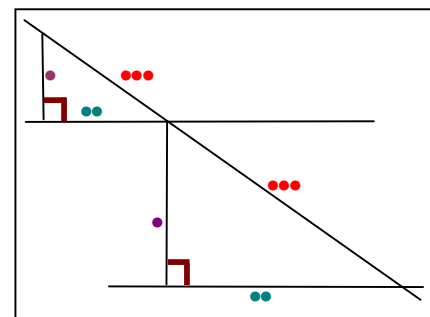
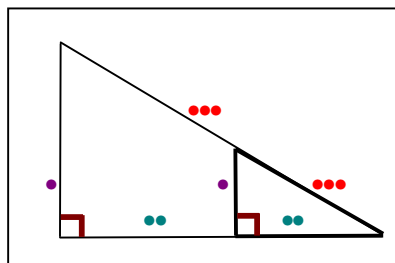
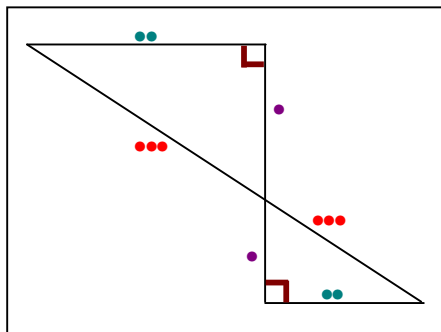


3. Mark the shorter **remaining pair** of lines like this:

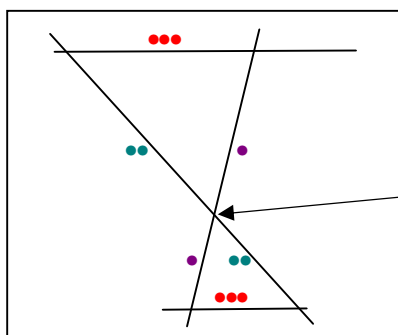
Marca el *par restante* más corto de líneas como esto:



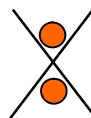
Usually like this: / Generalmente como esto:



Sometimes like this: / A veces como esto:

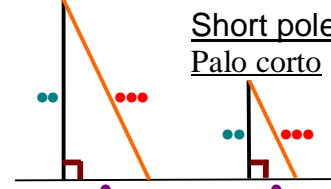


Equal Angles
Ángulos Iguales



☉ Sun / Sol

Tall pole /
Palo alto



Short pole /
Palo corto

Now you have 3 pairs of corresponding sides—use them in proportions.
Ahora tú tienes 3 pares de lados correspondientes—usalos en proporciones.

Similar Triangles on the GED / Triángulos Semejantes en el GED

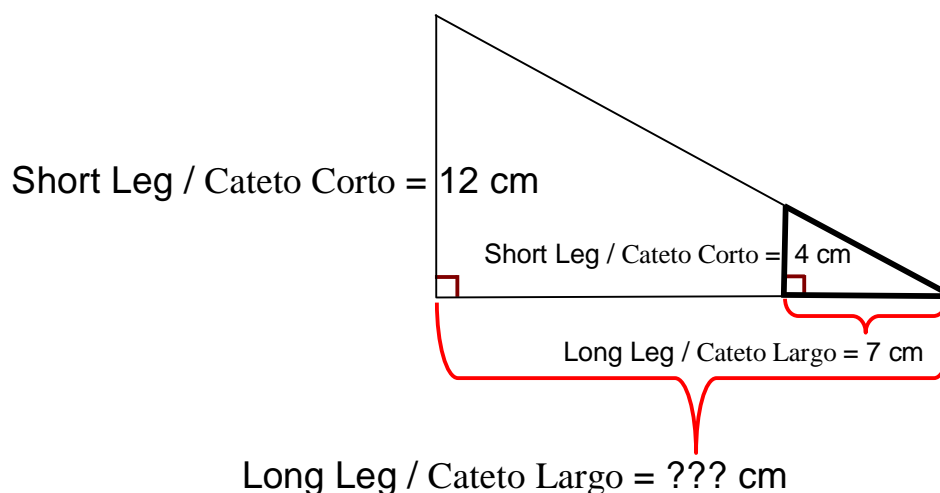


Proportions again!
¡Proporciones Otra Vez!

$$\frac{\text{red dot}}{\text{yellow dot}} = \frac{\text{red dot}}{\text{yellow dot}}$$

Typical GED Question / Pregunta Típica del GED

Here are two similar right triangles: (same shape, and equal angles).
Aquí están dos triángulos rectos semejantes: (la misma forma, y ángulos iguales).



Question: / Pregunta:

What is the length of the long leg of the big triangle?
¿Cuál es la longitud del cateto largo del triángulo grande?

Solution: / Solución:

Corresponding sides—opposite to equal angles—are your “apples” and “oranges.”
Los lados correspondientes—opuestos a los ángulos iguales—son sus “manzanas” y “naranjas.”

$$\frac{\text{red dot}}{\text{yellow dot}} = \frac{\text{red dot}}{\text{yellow dot}}$$

$$\frac{4 \text{ cm (Short Leg / Cateto Corto)}}{7 \text{ cm (Long Leg / Cateto Largo)}} = \frac{12 \text{ cm (Short Leg / Cateto Corto)}}{n \text{ cm (Long Leg / Cateto Largo)}}$$

$$n = \frac{7 \text{ cm} \times \cancel{12 \text{ cm}}}{\cancel{4 \text{ cm}}} = 21 \text{ cm}$$

Units in Geometry / Unidades en Geometría

One Dimension: / Una Dimensión:

Length / Longitud

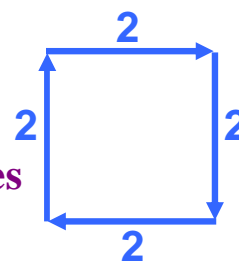
$$L = 2 \text{ ft} / L = 2 \text{ pie}$$



Perimeter / Perímetro

$$P = 2 \text{ ft} + 2 \text{ ft} + 2 \text{ ft} + 2 \text{ ft} = 8 \text{ ft}$$

$$P = 2 \text{ pies} + 2 \text{ pies} + 2 \text{ pies} + 2 \text{ pies} = 8 \text{ pies}$$

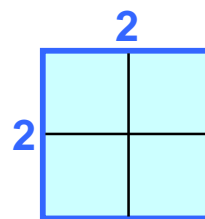


Two Dimensions: / Dos Dimensiones:

Area: / Área

$$A = 2 \text{ ft} \times 2 \text{ ft} = 4 \text{ ft}^2$$

$$A = 2 \text{ pies} \times 2 \text{ pies} = 4 \text{ pies}^2$$

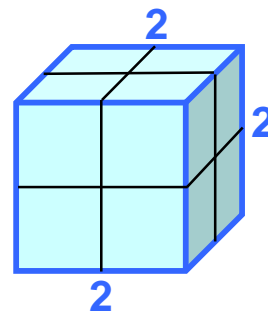


Three Dimensions: / Tres Dimensiones:

Volume: / Volumen

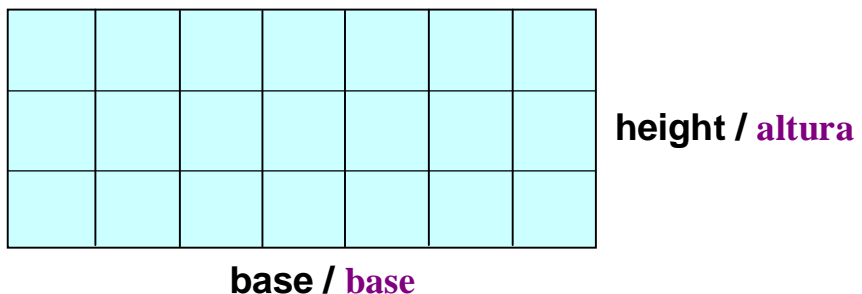
$$V = 2 \text{ ft} \times 2 \text{ ft} \times 2 \text{ ft} = 8 \text{ ft}^3$$

$$V = 2 \text{ pies} \times 2 \text{ pies} \times 2 \text{ pies} = 8 \text{ pies}^3$$



Perimeter and Area – Rectangles and Triangles

Perímetro y Área – Rectángulos y Triángulos

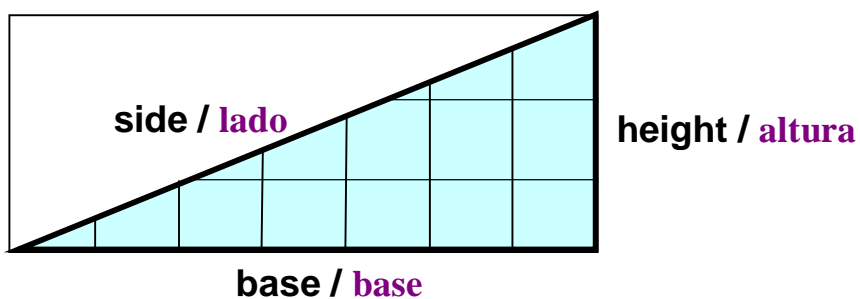


$$P = b + b + h + h$$

$$P = b + b + a + a$$

$$A = b \times h$$

$$A = b \times a$$

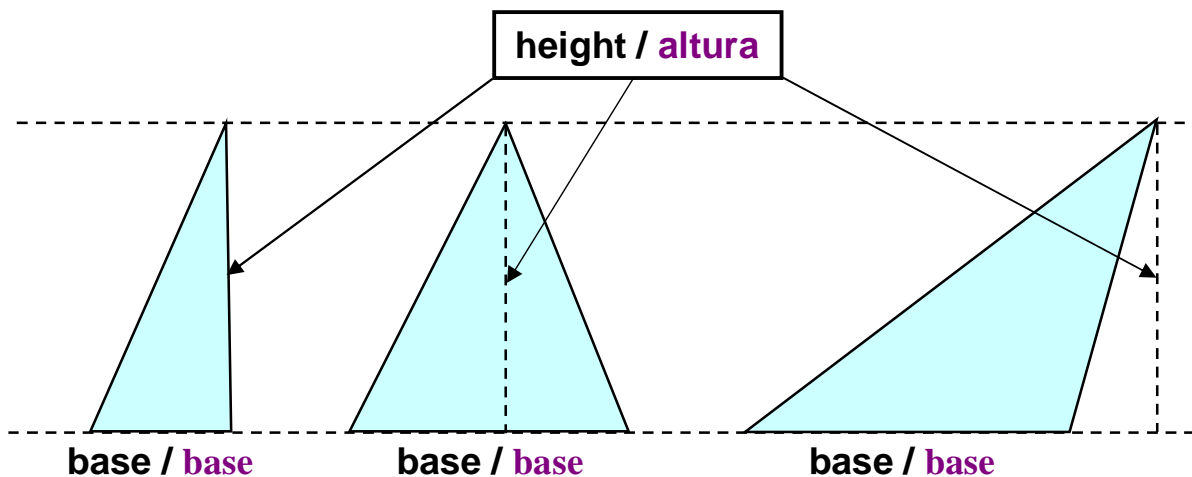


$$P = s + h + b$$

$$P = l + a + b$$

$$A = \frac{1}{2} \times b \times h$$

$$A = \frac{1}{2} \times b \times a$$

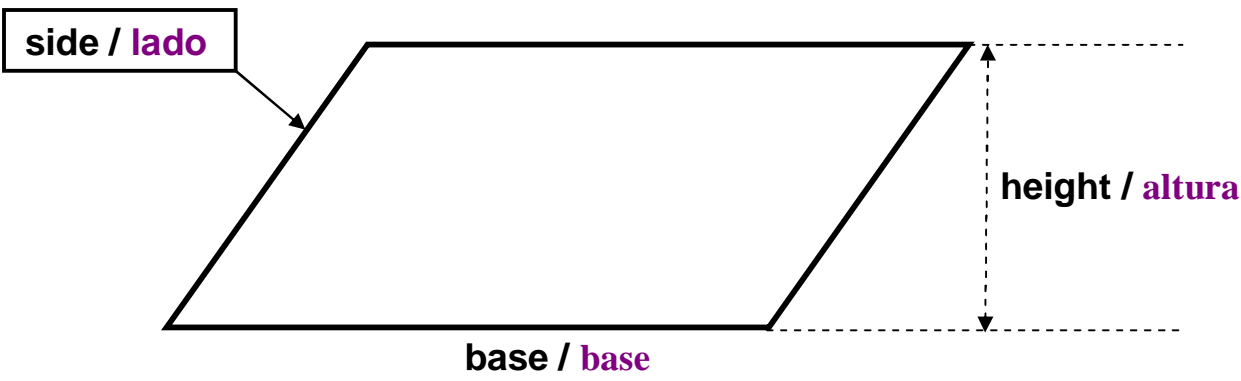


$$A = \frac{1}{2} \times b \times h$$

$$A = \frac{1}{2} \times b \times a$$

Perimeter and Area – Parallelograms

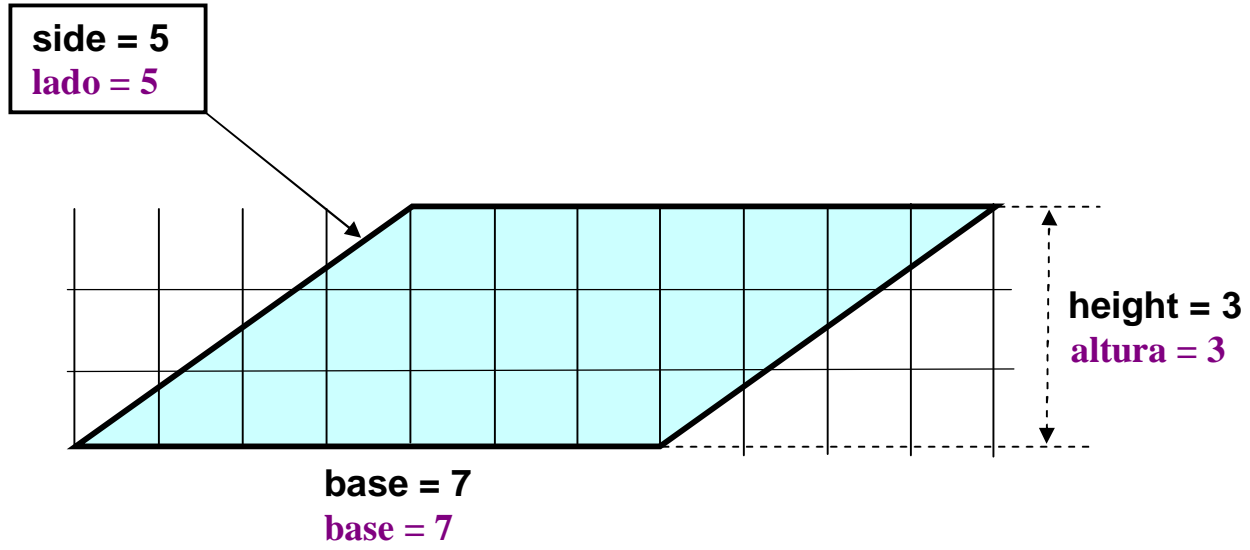
Perímetro y Área – Paralelogramos



$$P = b + b + h + h$$
$$P = b + b + a + a$$

$$A = b \times h$$
$$A = b \times a$$

Example: / Ejemplo:

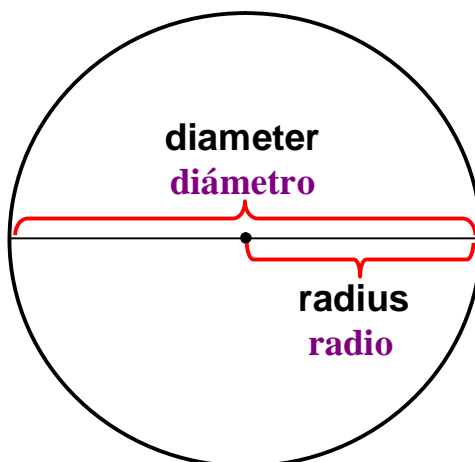


$$P = 7 + 7 + 5 + 5 = 28$$
$$P = 7 + 7 + 5 + 5 = 28$$

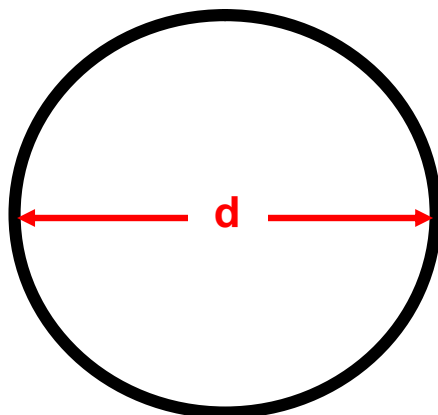
$$A = 7 \times 3 = 21$$
$$A = 7 \times 3 = 21$$

Circumference and Area – Circles

Circunferencia y Área – Círculos



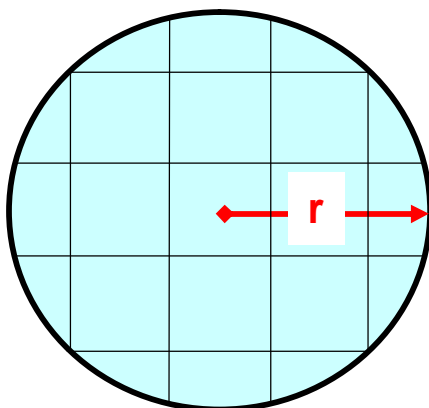
Circumference: The distance around the edge.
Circunferencia: La distancia alrededor del borde.



$$C = \pi D$$

$$\pi = 3.14$$

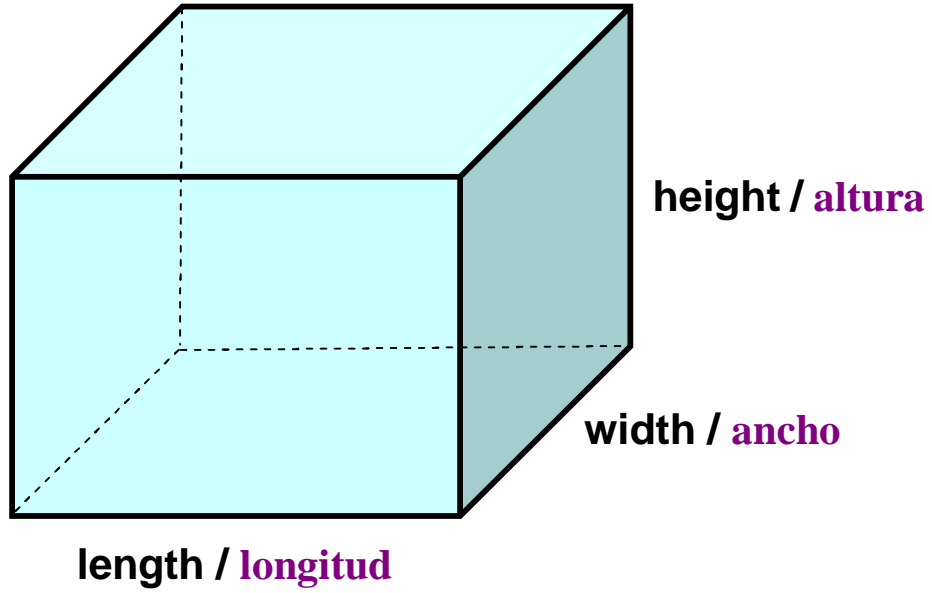
Area: The number of squares in the middle.
Área: El número de cuadrados en el centro.



$$A = \pi r^2$$

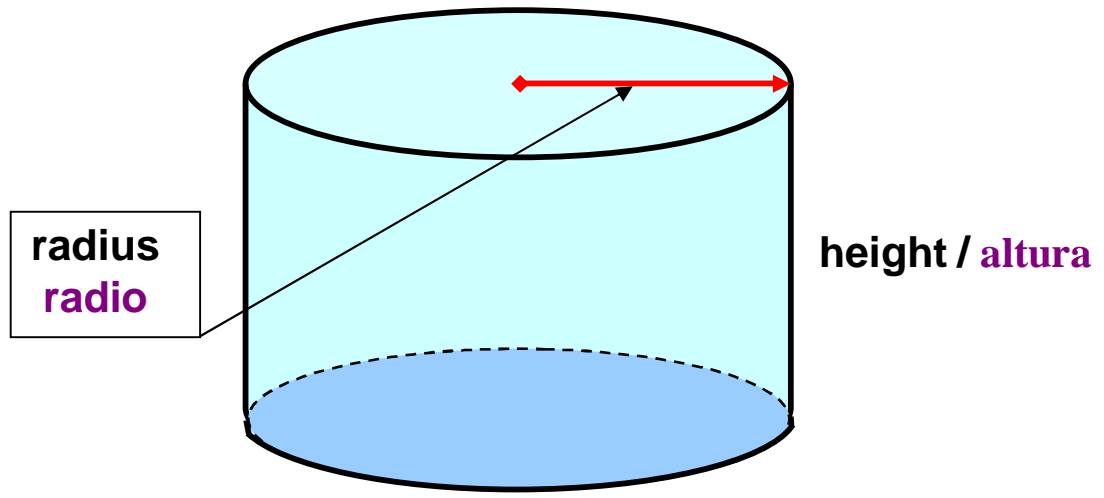
$$\pi = 3.14$$

Volume / Volumen



$$V = \underbrace{\text{length} \times \text{width}}_{\text{area of the base}} \times \text{height}$$

$$V = \underbrace{\text{longitud} \times \text{ancho}}_{\text{área de la base}} \times \text{altura}$$



$$V = \underbrace{\pi r^2}_{\text{area of the base}} \times \text{height}$$

$$V = \underbrace{\pi r^2}_{\text{área de la base}} \times \text{altura}$$