

Bilingual GED Math:
Illustrated Guide to Self-Confidence
www.gedmathgraphics.net

Matemáticas Bilingües de GED:
Guía Ilustrada para Seguridad de Sí Mismo

Unit 4 / Unidad 4

- Basic Algebra / Álgebra Básica
- Formulas / Fórmulas
- Coordinate Grids / Gráficas de Coordenadas
- Algebra Problems/ Problemas de la Álgebra

by Howard Myers, Ed.D.

Copyright © 2009 by Howard Edward Myers. All rights reserved.

Spanish Editor: Sylvia Castañeda

CONTENTS / CONTENIDOS

Basic Algebra / Álgebra Básica

Counting with Bottle Caps / Cuenta con las Tapas de Botella	3
The Thermometer / El Termómetro	4
To Multiply and Divide Signed Numbers / Para Multiplicar y Dividir los Números con Signos	5
Algebraic Expressions / Expresiones Algebraicas	6
Equation: A Balance of Two Equal Sides / Ecuación: Un Equilibrio de Dos Lados Iguales	7
Get n by Itself – Equations With One n / Conseguir n por si mismo – Ecuaciones con una n ..	8
When n Has a Number / Cuando n Tiene un Número	9
To Solve Equations / Para Resolver Ecuaciones	10

Formulas / Fórmulas

GED Skill – Perimeter / Destreza de GED – Perímetro ***	11
Subtract the Smaller Area #1 / Resta el Área Más Pequeña #1 ***	12
Subtract the Smaller Area #2 / Resta el Área Más Pequeña #2 ***	13
Volume with Consistent Units / Volumen con Unidades Consistentes ***	14
Interest with Consistent Units / Interés con Unidades Consistentes ***	15

Coordinate Grids / Gráficas de Coordenadas

Coordinate Grids / Gráficas de Coordenadas	16
Find a Point on a Coordinate Grid / Halla un Punto en una Gráfica de Coordenadas ***	17
Slope – How Steep is the Climb? / Pendiente – ¿Qué Tan Inclineda está la Subida?	18
Slopes – Smart Guesses / Pendientes – Suposiciones Inteligentes ***	19

Algebra Problems/ Problemas de la Álgebra

Find a Point in an Equation / Halla un Punto en una Ecuación ***	20
Think in Algebra / Piensa en Álgebra	21
Solve Algebra Puzzles / Resuelve los Rompecabezas de la Álgebra ***	22

*** Typical GED Questions / Preguntas Típicas del GED

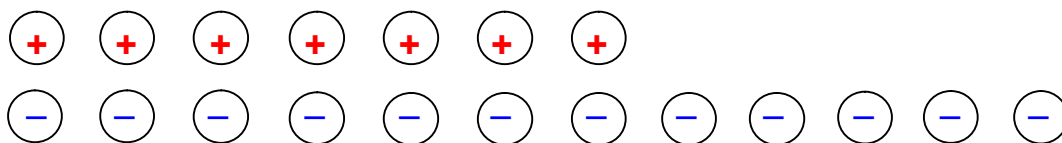
Counting with Bottle Caps Cuenta con las Tapas de Botella

Of course you know this: / Por supuesto tú sabes esto: $12 - 7 = 5$

- **But to be ready for algebra, you also have to know this: $7 - 12 = ?$**
Pero para estar listo para la álgebra, tú también tienes que saber esto: $7 - 12 = ?$

Another Way of Counting Otra Manera de la Cuenta

- You can use white plastic bottle caps.
Tú puedes utilizar las tapas plásticas blancas de botellas.
- Mark some with a “+” and some with a “-”.
Marque algunos con “+” y algunos con “-”.
- Then line up 7 “+” caps and 12 “-” caps, like the diagram:
Ordénalas así 7 “+” tapas y 12 “-” tapas, como muestra el diagrama:

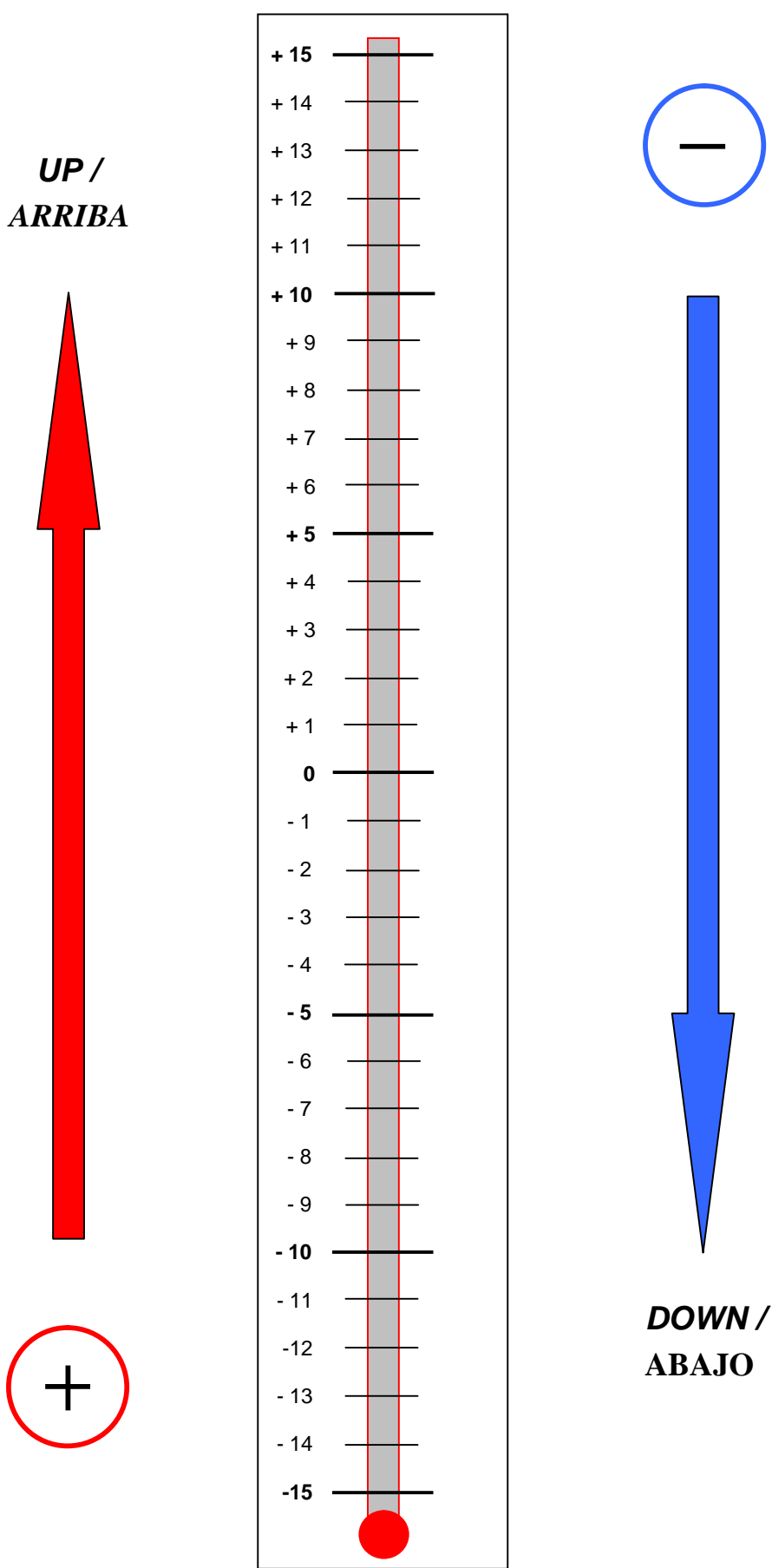


- Now, since $+1 - 1 = 0$, remove the seven pairs of “+” and “-” caps, on the left.
Ahora, como $+1 - 1 = 0$, quite los siete pares de “+” y “-” tapas, a la izquierda.
- There are 5 “-” caps, remaining on the right. So **the answer is - 5.**
Hay 5 “-” tapas, quedando a la derecha. Por o tanto, **la respuesta es - 5.**

And Another Way – The Thermometer Y Otra Manera – El Termómetro

- The Thermometer (next page) is a number line. For $7 - 12$, start on $+ 7$.
El termómetro (página siguiente) es una línea del número. Para $7 - 12$, comienza en $+ 7$.
- Count down $- 12$ points, and again you find that **the answer is - 5.**
Cuenta hacia abajo $- 12$ puntos, y otra vez hallas **la respuesta - 5.**

The Thermometer / El Termómetro



To Multiply and Divide Signed Numbers Para Multiplicar y Dividir los Números con Signos

Rule / Regla

- **Same Sign, Positive / Mismo Signo, Positivo**

$$\begin{array}{cccccc}
 + & \bullet & + & = & + \\
 - & \bullet & - & = & +
 \end{array}$$

- **Different Signs, Negative / Signos Diferentes, Negativo**

$$\begin{array}{cccccc}
 + & \bullet & - & = & - \\
 - & \bullet & + & = & -
 \end{array}$$

Example: / Ejemplo:

$$-(-5) + (-7) - (3) + (8) = ?$$

1. **First, Multiply or Divide**
Primero, Multiplica o Divide

$$\begin{array}{cccc}
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 +5 & -7 & -3 & +8
 \end{array}$$

2. **Next, Add or Subtract**
Después, Suma o Resta

$$\text{a.) } +5 + 8 = +13$$

$$\text{b.) } -7 - 3 = \underline{-10}$$

$$\text{c.) } \quad \quad \quad +3$$

Algebraic Expressions / Expresiones Algebraicas

Simplify: / Simplificar:

To collect like terms, remember the thermometer.

Para combinar términos semejantes, recuerda el termómetro.

Example: / Ejemplo:

$$9x \quad -8 \quad -5x \quad +9 \quad = \quad ???$$

Step 1: / Paso 1:

$$9x \quad -8 \quad -5x \quad +9 \quad = \quad 4x$$

Step 2: / Paso 2:

$$-8 \quad +9 \quad = \quad +1$$

Step 3: / Paso 3: (Answer / Respuesta)

$$4x \quad +1$$

Expand: / Extender:

Example: / Ejemplo: (Look back at Unit 1, p. 11 / Mira atrás la Unidad 1, p. 11)

Step 1: / Paso 1:

$$3(5x - 4) \quad (3 \cdot 5x) = 15x$$

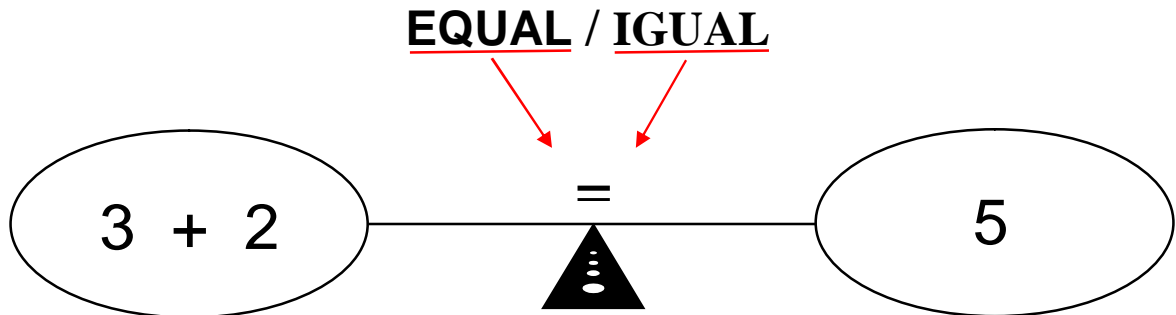
Step 2: / Paso 2:

$$3(5x - 4) \quad (3 \cdot -4) = -12$$

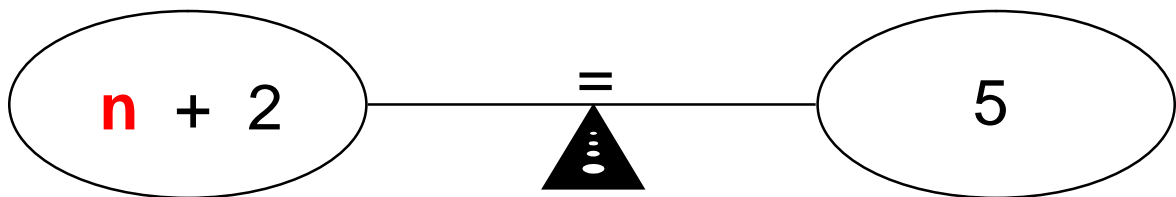
Step 3: / Paso 3: (Answer / Respuesta)

$$15x \quad -12$$

Equation: A Balance of Two Equal Sides
Ecuación: Un Equilibrio de Dos Lados Iguales

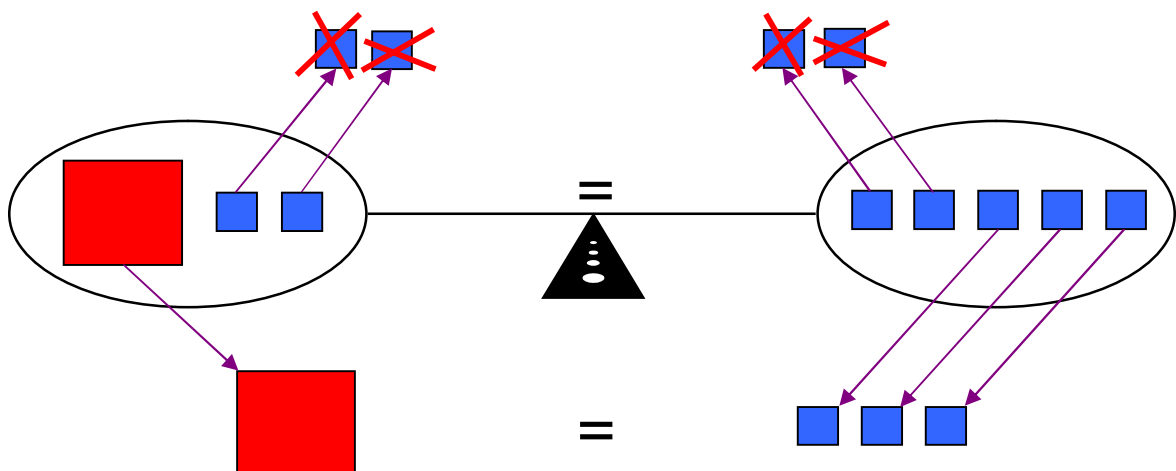


With a **Variable**: / Con una **Variable**:



To Solve / Resolver

1. Get **n** by itself. / Conseguir **n** por si mismo.
2. Keep sides equal. / Mantén los lados iguales.



Get **n** by Itself – Equations With One **n**
 Conseguir **n** por si mismo – Ecuaciones con una **n**

1. Move number terms away from **n**.
 Mueve los términos de los números lejos de **n**.

- a. Subtract the positive.
 Resta el positivo.

$$\begin{array}{r} \mathbf{n} + 2 = 3 \\ \phantom{\mathbf{n}} \downarrow \\ \mathbf{n} + 2 = 3 \\ \phantom{\mathbf{n}} \underline{-2} \quad \underline{-2} \\ \mathbf{n} = 1 \end{array}$$

- b. Add the negative.
 Suma el negativo.

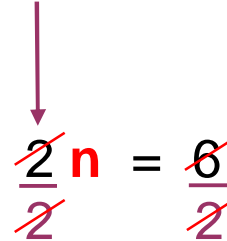
$$\begin{array}{r} \mathbf{n} - 2 = 3 \\ \phantom{\mathbf{n}} \downarrow \\ \mathbf{n} - 2 = 3 \\ \phantom{\mathbf{n}} \underline{+2} \quad \underline{+2} \\ \mathbf{n} = 5 \end{array}$$

Get **n** by Itself – When **n** Has a Number
 Conseguir **n** por si mismo – Cuando **n** Tiene un Número

2. Divide or multiply to get one **n**.
 Divide o multiplica para conseguir **n**.

- a. Divide the multiplier.
 Divide el multiplicador.

$$2 \mathbf{n} = 6$$

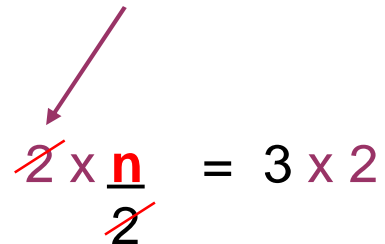


$$\frac{\cancel{2} \mathbf{n}}{\cancel{2}} = \frac{\cancel{6}}{\cancel{2}}$$

$$\mathbf{n} = 3$$

- b. Multiply the divisor.
 Multiplica el divisor.

$$\frac{\mathbf{n}}{2} = 3$$



$$\cancel{2} \times \frac{\mathbf{n}}{\cancel{2}} = 3 \times 2$$

$$\mathbf{n} = 6$$

To Solve Equations / Para Resolver Ecuaciones

Example: / Ejemplo:

$$6n + 2 - 2n - 3 = 5n + 8 - 3n - 3$$

$$4n - 1 = 2n + 5$$

1. Simplify each side.
Simplifica cada lado.

2. Move **n** terms to the left.
Mueve los términos de **n** a la izquierda.

$$\begin{aligned} 4n - 1 &= 2n + 5 \\ - 2n & \quad - 2n \\ \hline 2n - 1 &= \quad + 5 \end{aligned}$$

3. Move number terms to the right.
Mueve los términos del número a la derecha.

$$\begin{aligned} 2n - 1 &= + 5 \\ \quad + 1 & \quad + 1 \\ \hline 2n &= + 6 \end{aligned}$$

4. Divide or multiply to get one **n**.
Divide o multiplica para conseguir **n**.

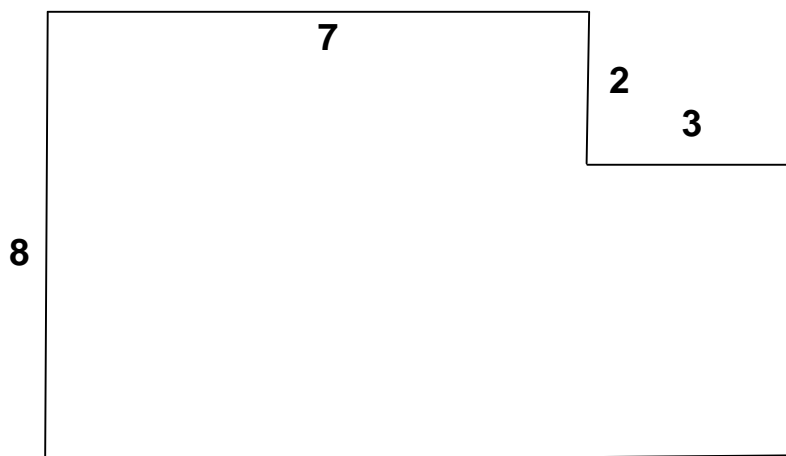
$$\begin{aligned} 2n &= 6 \\ \frac{2n}{2} &= \frac{6}{2} \\ n &= 3 \end{aligned}$$

Formulas / Fórmulas

GED Skill – Perimeter Destreza de GED – Perímetro

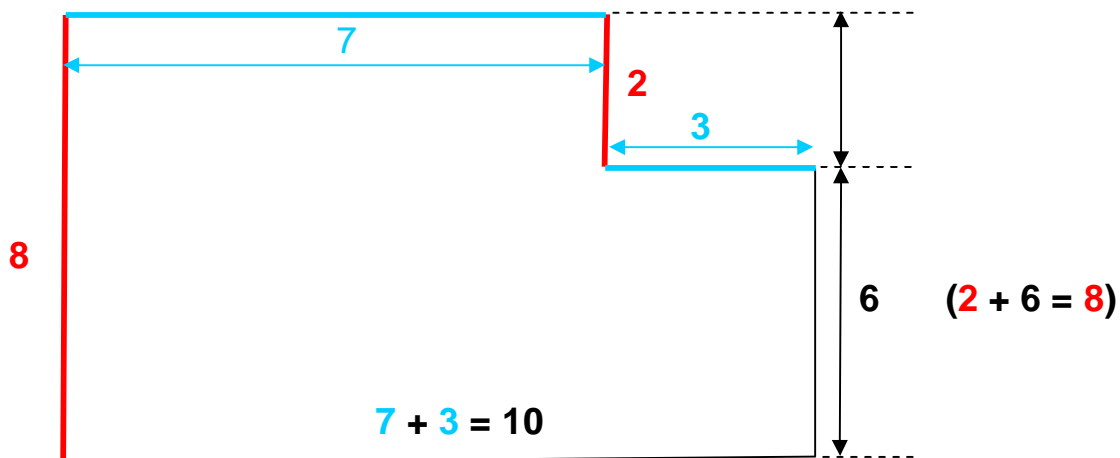
Find all sides and the perimeter of the rectangular figure.

Halla todos los lados y el perímetro de la figura rectangular.



To Solve: / Para Resolver:

Find each side and then total them. / Halla cada lado y entonces súmalos.



The Long Solution: Start at the top and go clockwise.

La Solución Larga: Empieza por arriba y sigue a la derecha.

$$P = 7 + 2 + 3 + 6 + 10 + 8 = 36$$

A Faster Solution: / Una Solución Más Rápida:

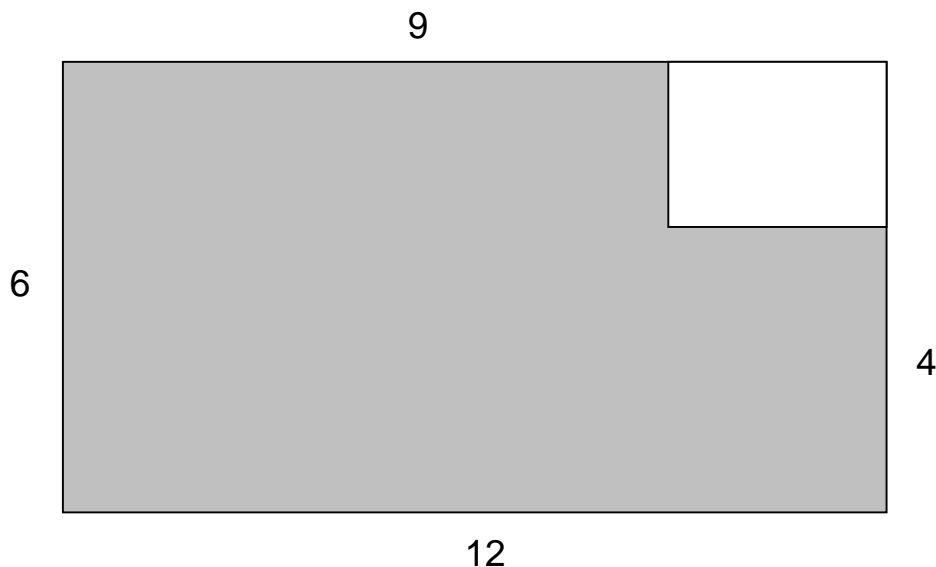
$$P = 10 + 10 + 8 + 8 = 36$$

Formulas / Fórmulas

Typical GED Question – Subtract the Smaller Area #1 Pregunta Típica del GED – Resta el Área Más Pequeña #1

Find the area of the shaded portion of the rectangle.

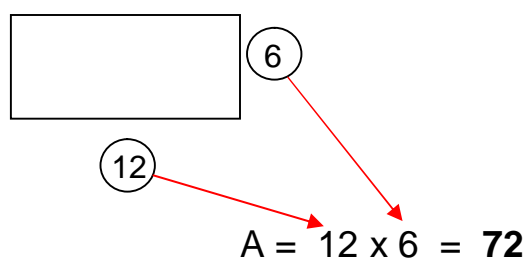
Halla el área de la porción sombreada del rectángulo.



Step 1 / Paso 1

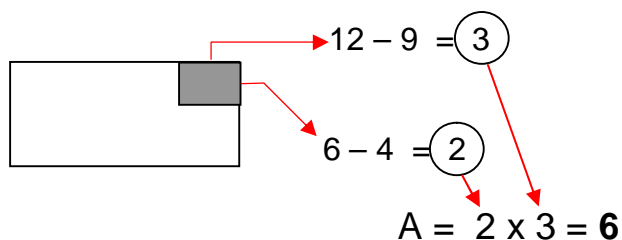
Start with the **large area**.
 Comienza con el **área grande**.

Area = length x width
 Área = longitud x ancho



Step 2 / Paso 2

Find the **small area**.
 Halla el **área pequeña**.



Step 3 / Paso 3

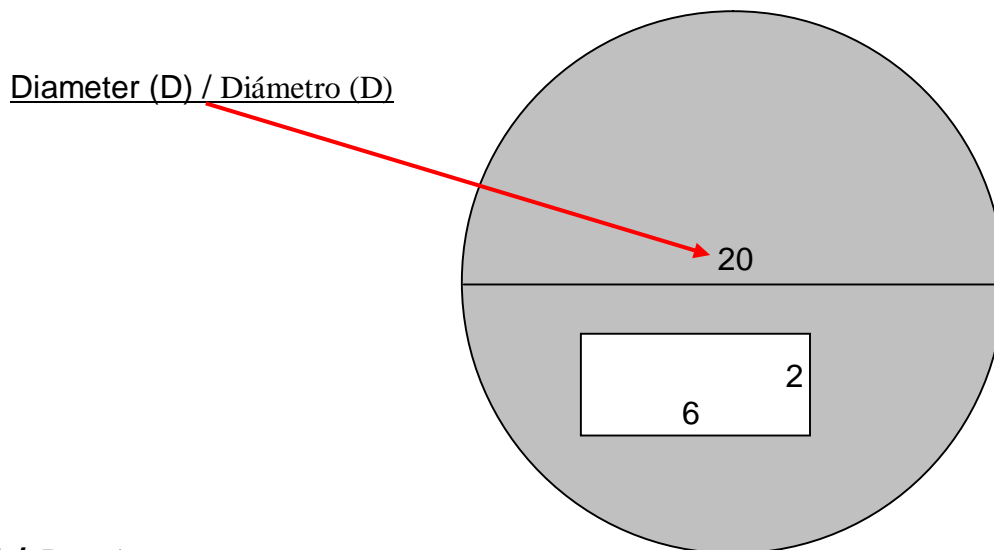
Subtract: / Resta:

$$72 - 6 = 66$$

Formulas / Fórmulas

Typical GED Question – Subtract the Smaller Area #2 Pregunta Típica del GED – Resta el Área Más Pequeña

Find the area of the shaded portion of the figure.
Halla el área de la porción sombreada de la figura.



Step 1 / Paso 1

Start with the **large area**.
Comienza con el **área grande**.

$$\text{Área} = \pi r^2 / \text{Area} = \pi r^2$$

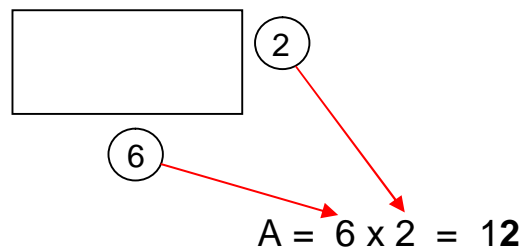
Remember: the radius is one half the diameter.
Recuerda: el radio es una mitad del diámetro.

$$A = \pi (r)(r) = 3.14 (10)(10) = \mathbf{314}$$

Step 2 / Paso 2

Find the **small area**.
Halla el **área pequeña**

Area = length x width
Área = longitud x ancho



Step 3 / Paso 3

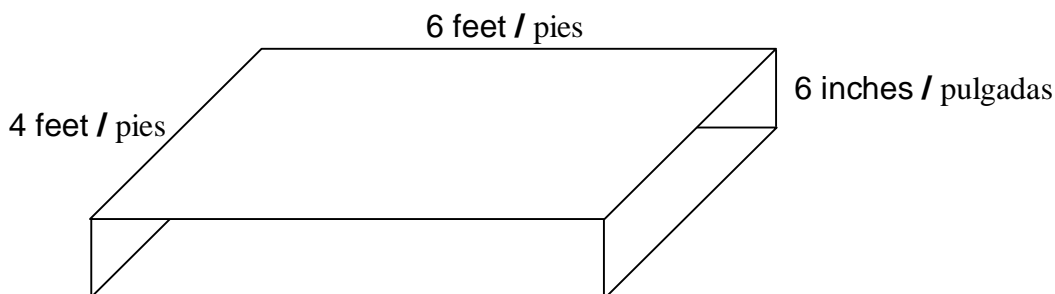
Subtract: / Resta:

$$314 - 12 = \mathbf{302}$$

Formulas / Fórmulas

Typical GED Question – Volume with Consistent Units Pregunta Típica del GED – Volumen con Unidades Consistentes

Find the volume in cubic feet of this rectangular solid.
Halla el volumen en pies cúbicos de este rectángulo sólido.



Volume = Length x Width x Height
Volumen = Longitud x Ancho x Altura

BUT if you write this, it's **wrong!** / **¡PERO** si escribes esto, es **incorrecto!**

$$V = 6 \text{ feet / pies} \times 4 \text{ feet / pies} \times \cancel{6 \text{ inches / pulgadas}}$$

Why? Because all units must be the same. You must change inches to feet.
¿Por qué? Porque todas las unidades deben ser iguales. Tú debes cambiar de pulgadas a pies.

Because there are 12 inches per foot, the correct formula looks like this:
Porque hay 12 pulgadas por pie, la fórmula correcta es:

$$V = 6 \text{ feet/pies} \times 4 \text{ feet/pies} \times \frac{6}{12} \text{ feet/pies}$$

To Solve: / Para Resolver:

$$V = \cancel{6} \text{ feet/pies} \times \cancel{4} \text{ feet/pies} \times \frac{\cancel{6}}{12} \text{ feet/pies} = 12 \text{ ft}^3 / 12 \text{ pies}^3$$

$\cancel{6} \times \cancel{2}$

Formulas / Fórmulas

Typical GED Question – Interest with Consistent Units Pregunta Típica del GED – Interés con Unidades Consistentes

Find the interest on a loan of \$5500 at a rate of 8% for 9 months.

Halla el interés en un préstamo de \$5500 con una tasa de interés del 8% por 9 meses.

$$\begin{aligned} \text{Interest} &= \text{Principal} \times \text{Rate} \times \text{Time} \\ \text{Interés} &= \text{Principal} \times \text{Tasa} \times \text{Tiempo} \end{aligned}$$

BUT if you write this, it's **wrong!** / **¡PERO** si escribes esto, es **incorrecto!**

$$I = \$5500 \times 8\% \times 9 \text{ months / meses}$$

Why? Because all units must be the same. You must change months to years.
¿Por qué? Porque todas las unidades deben ser iguales. Tú debes cambiar de meses a años.

Because there are 12 months per year, the correct formula looks like this:
Porque hay 12 meses por año, la fórmula correcta es:

$$I = \$5500 \times 8\% \times \frac{9}{12} \text{ year / año}$$

To Solve with a Calculator: / Para Resolver con una Calculadora:

$$\begin{aligned} I &= \$5500 \times .08 \times (9 \div 12) \\ &= \$5500 \times .08 \times .75 = \mathbf{\$330.00} \end{aligned}$$

To Solve by Cancelling: / Para Resolver Cancelando:

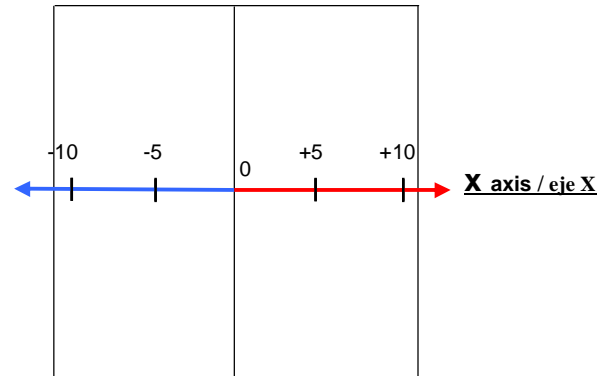
$$I = \cancel{\$5500} \times \frac{\cancel{4} \times 2}{\cancel{100}} \times \frac{\cancel{3} \times 3}{\cancel{12}} = \$55 \times 2 \times 3 = \mathbf{\$330.00}$$

Coordinate Grids Gráficas de Coordenadas

A coordinate grid has two number lines through the middle.
Una gráfica de coordenadas tiene dos líneas de número a través del centro.

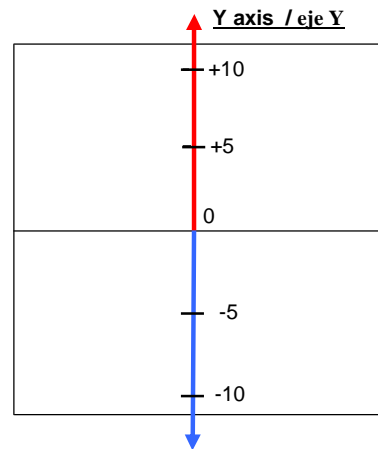
The horizontal line is called the X axis.
It is just like our thermometer, turned sideways.

La línea horizontal se llama el eje X.
Es justo como nuestro termómetro, volteado hacia un lado.

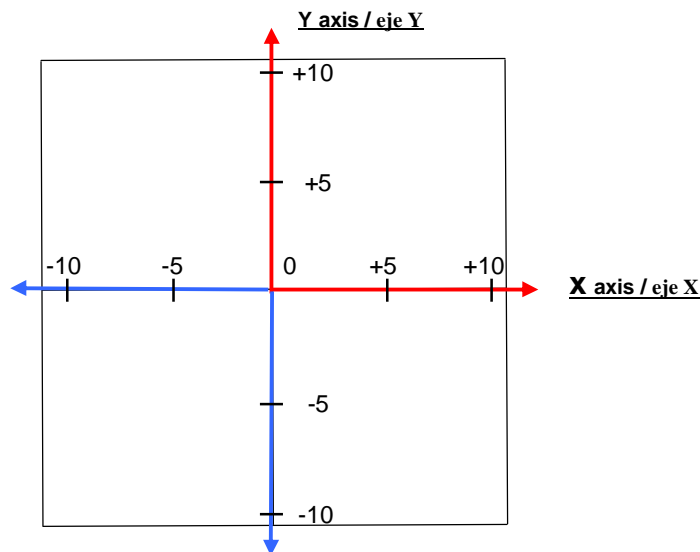


The vertical line is called the Y axis.
It works just like our thermometer.

La línea vertical se llama el eje Y.
Trabaja justo como nuestro termómetro.



Here is a complete coordinate grid, with both thermometers together:
Aquí es una gráfica de coordenadas completa, con ambos termómetros juntos:



Typical GED Question – Find a Point on a Coordinate Grid Pregunta Típica del GED – Halla un Punto en una Gráfica de Coordenadas

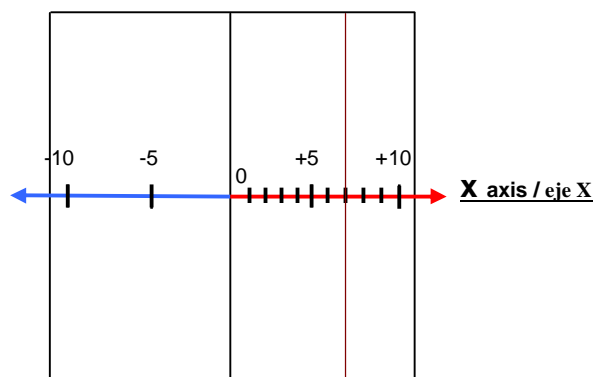
Find the point $(7,-3)$ on a coordinate grid.

Halle el punto $(7,-3)$ en una gráfica de coordenadas.

Step 1 / Paso 1

The 7 — first number in $(7,-3)$ — is the **X** coordinate.
Find $X = 7$. Draw a vertical line, where **X** always = 7.

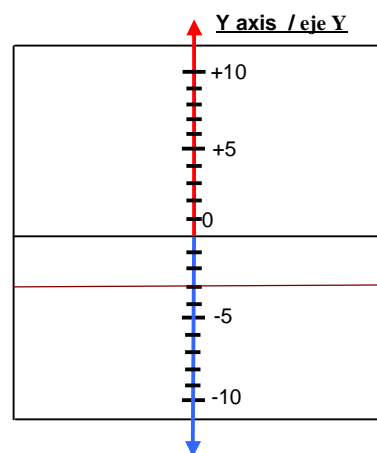
El 7 — primer número en $(7,-3)$ — es la coordenada **X**.
Halla $X = 7$. Traza la línea vertical, donde **X** siempre = 7.



Step 2 / Paso 2

The -3 — second number in $(7,-3)$ — is the **Y** coordinate.
Find $Y = -3$. Draw a horizontal line, where **Y** always = -3.

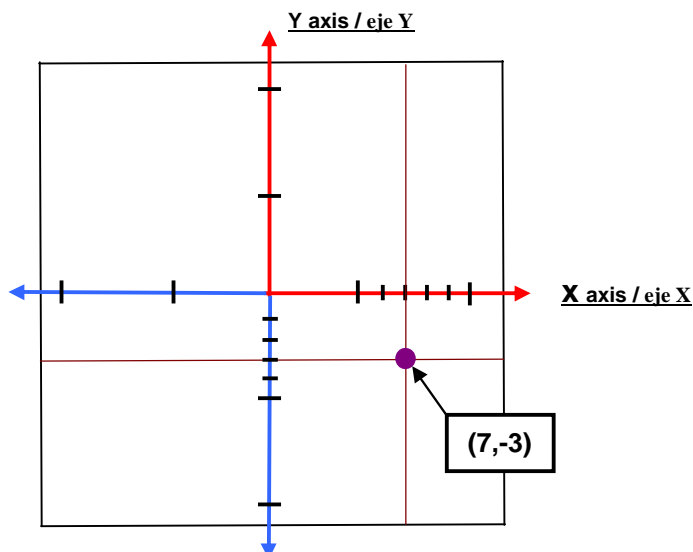
El -3 — segundo número en $(7,-3)$ — es la coordenada **Y**.
Halla $Y = -3$. Traza la línea horizontal, donde **Y** siempre = -3.



Step 3 / Paso 3

Mark the point $(7,-3)$ where the lines cross.
This is the only point where $X = 7$, **and** $Y = -3$.

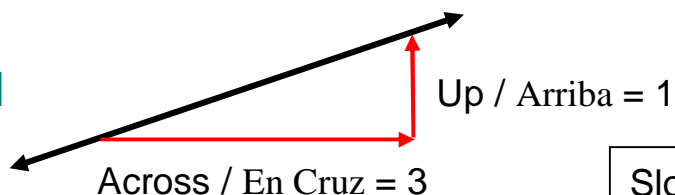
Marca el punto $(7,-3)$ donde las líneas se cruzan.
Este es el único punto este donde $X = 7$, **y** $Y = -3$.



Slope – How Steep is the Climb? Pendiente – ¿Qué Tan Inclínada está la Subida?

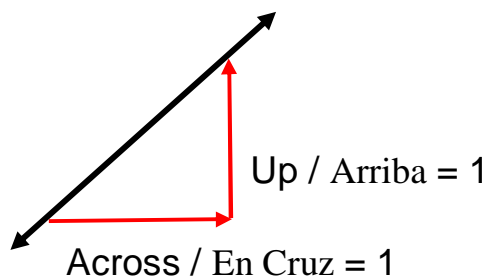
Easy: / Fácil:

<1



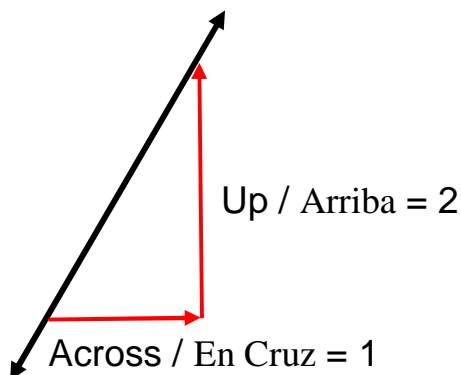
$$\text{Slope / Pendiente} = \frac{1}{3}$$

Medium: / Mediana: =1



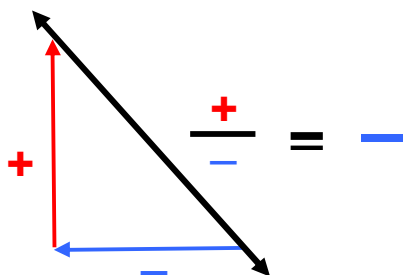
$$\text{Slope / Pendiente} = \frac{1}{1} = 1$$

Steep: / Inclínada: >1



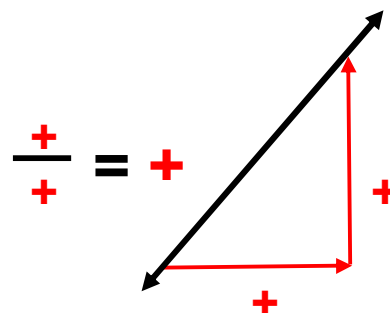
$$\text{Slope / Pendiente} = \frac{2}{1} = 2$$

Leans Left: Negative



Se inclina a la izquierda: Negative

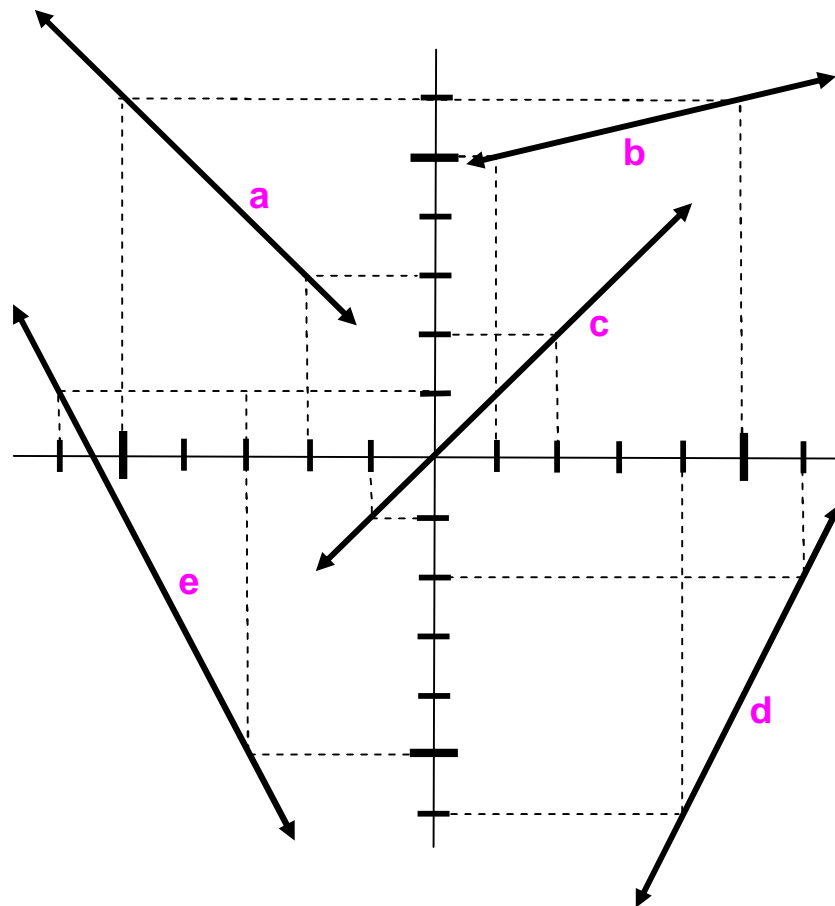
Leans Right: Positive



Se inclina a la derecha: Positive

Slopes – Smart Guesses / Pendientes – Suposiciones Inteligentes

Typical GED Question – Which is the Best Guess for Each Slope?
 Pregunta Típica del GED – ¿Cuál es la mejor suposición para cada pendiente?



Choices:
Opciones:

- 1.) + 1
- 2.) +0.25
- 3.) - 2
- 4.) + 2
- 5.) - 1

Solutions: / Soluciones:

- (a) and (e) lean to the left; they are **negative**. / (a) y (e) se inclinan a la izquierda; son **negativos**. (e) is steeper than (a); its value is greater. / (e) es más inclinada que (a); su valor es mayor. So the **slope** of (e) = **-2**, and (a) = **-1**. / Así que la **pendiente** de (e) = **-2**, y (a) = **-1**.
- (b), (c) and (d) lean to the right; they are **positive**. / (b), (c) y (d) se inclinan a la derecha; son **positivos**.
- (b) is an **easy climb**. Its **slope is <1**, so the correct choice must be **+0.25**. / (b) es una **subida fácil**. Su **pendiente es <1**, así que la opción correcta debe ser **+0.25**.
- (c) is a **medium climb**. The correct choice = **+1**. / (c) es una **subida media**. La opción correcta = **+1**.
- (d) is a **steep climb**. Its **slope is >1**, so the correct choice must be **+2**. / (d) es una **subida inclinada**. Su **pendiente es >1**, así que la opción correcta debe ser **+2**.

Typical GED Question – Find a Point in an Equation Pregunta Típica del GED – Halla un Punto en una Ecuación

For the equation: / Para la Ecuación:

$$2y = 3x + 4$$

- 1.) What are the coordinates of the point when $x = 2$?
¿Cuáles son las coordenadas del punto cuando $x = 2$?

Solution: / Solución:

$$2y = (3)(2) + 4$$

$$2y = 6 + 4$$

$$\begin{array}{r} \cancel{2} \times 5 \\ \cancel{2}y = \cancel{10} \\ \cancel{2} \quad \quad \cancel{2} \end{array}$$

$$y = 5$$

Answer: / Respuesta: (2,5)

- 2.) What is the y-intercept? / ¿Cuál es el intercepto en y?

Solution: / Solución:

(Clue: At the y-intercept, $x = 0$. / Pista: Al intercepto en y, $x = 0$.)

$$2y = (3)(0) + 4$$

$$2y = 0 + 4$$

$$\begin{array}{r} \cancel{2} \times 2 \\ \cancel{2}y = \cancel{4} \\ \cancel{2} \quad \quad \cancel{2} \end{array}$$

$$y = 2$$

Answer: / Respuesta: (0,2)

Think in Algebra / Piensa en Álgebra

<u>Words / Palabras</u>	<u>Algebra</u>
A number Un número	x
4 more than a number 4 más que un número	$x + 4$
3 times a number 3 veces un número	$3x$
2 less than 6 times a number 2 menos que 6 veces un número	$6x - 2$
A number divided by 4 Un número dividido por 4	$\frac{x}{4}$
Two consecutive even numbers Dos números pares consecutivos	$x, x + 2$
Three consecutive odd numbers Tres números impares consecutivos	$x, x + 2, x + 4$

Solve Algebra Puzzles / Resuelve los Rompecabezas de Álgebra

Typical GED Questions / Preguntas Típicas del GED

- The sum of what three consecutive even numbers is 42?
¿La suma de cuáles tres números consecutivos es igual a 42?

Solution: Solución: $x + (x + 2) + (x + 4) = 42$

$$3x + 6 = 42$$

$$3x = 36$$

$$x = 12, x + 2 = 14, x + 4 = 16$$

Check: / Checa: $12 + 14 + 16 = 42$

- Joe's brother is 3 years less than twice Joe's age. Together their ages total 24.
What the age of Joe's brother?
El hermano de Joe tiene 3 años menos que dos veces la edad de Joe. Juntos su total de las edades es 24. ¿Cuál es la edad del hermano de Joe?

Solution: Solución: Joe's age / La edad de Joe = x

His brother's age / La edad de su hermano = $2x - 3$

$$x + (2x - 3) = 24$$

$$3x - 3 = 24$$

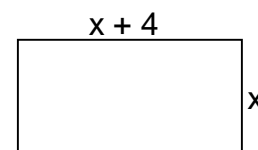
$$x = 9 \quad (\text{Answer? } \mathbf{NO!} / \text{¿Respuesta? } \mathbf{¡No!})$$

His brother's age / La edad de su hermano = $2x - 3$

Answer / Respuesta: $2x - 3 = 2(9) - 3 = 15$

Check: / Checa: $15 + 9 = 24$

- The perimeter of this rectangle is 32. What is its length?
El perímetro de este rectángulo es 32. ¿Cuál es su longitud?



Solution: Solución: $P = (x + 4) + (x + 4) + x + x$

$$P = 4x + 8$$

$$4x + 8 = 32$$

$$4x = 24$$

$$x = 6 \quad (\text{Answer? } \mathbf{NO!} / \text{¿Respuesta? } \mathbf{¡No!})$$

Length / Longitud = $x + 4$

Answer / Respuesta: $x + 4 = 10$

Check: / Checa: $P = 10 + 10 + 6 + 6 = 32$